

# Grundlagen der Mathematik für die Sekundarstufe II

Gero Kriependorf

Version: 1.3

19.Oktober 2009

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Mengenlehre</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Intervalle</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Rechenregeln mit Klammern</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Binomische Formeln</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Bruchrechnen</b>	<b>3</b>
<b>6</b>	<b>Potenzen</b>	<b>3</b>
<b>7</b>	<b>Wurzeln</b>	<b>4</b>
<b>8</b>	<b>Gleichungen</b>	<b>4</b>
<b>9</b>	<b>Quadratische Gleichungen</b>	<b>5</b>
9.1	Satz von Vieta . . . . .	5
9.2	pq-Formel . . . . .	5
9.3	Mitternachtsformel . . . . .	5
<b>10</b>	<b>Funktionen</b>	<b>6</b>
10.1	Funktionsarten . . . . .	6
10.2	Beispiel für Definitions- und Wertemenge . . . . .	6
<b>11</b>	<b>Geradengleichung</b>	<b>7</b>
11.1	Allgemeine Form . . . . .	7
11.2	Gemeinsame Eigenschaften zweier Geraden . . . . .	7
11.3	Schnittpunkt . . . . .	7
11.4	Zwei Punkte Form . . . . .	8
11.5	Punkt Steigungs Form . . . . .	8
11.6	Winkel zweier Geraden . . . . .	8

# 1 Mengenlehre

Natürliche Zahlen	$\mathbb{N}: [0, 1, 2, 3, 4, \dots]$
Natürliche Zahlen ohne Null	$\mathbb{N}^*: [1, 2, 3, 4, \dots] = \mathbb{N} \setminus 0$
Ganze Zahlen	$\mathbb{Z}: [\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots]$
Rationale Zahlen	$\mathbb{Q}: \{\frac{m}{n}   m \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{N}^*\}$
Reelle Zahlen	$\mathbb{R}: [\dots, \sqrt{2}, \dots, e, \dots, \pi, \dots]$

Jede Menge von Zahlen kann durch \* oder \0 eingegrenzt werden.

# 2 Intervalle

$[a; b] = \{x | a \leq x \leq b\}$  geschlossenes Intervall

$]a; b[ = \{x | a < x < b\}$  offenes Intervall

$[a; b[ = \{x | a \leq x < b\}$  halboffenes Intervall

# 3 Rechenregeln mit Klammern

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

**Ausklammern:**

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

**Ausmultiplizieren:**

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

## 4 Binomische Formeln

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

## 5 Bruchrechnen

$$\frac{k}{k} = 1 \Rightarrow \frac{k \cdot a}{k \cdot b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cd}{db}$$

## 6 Potenzen

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

$$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$$

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

$$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$$

$$x^n \cdot y^n = (x \cdot y)^n$$

## 7 Wurzeln

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

$$x^{-\frac{1}{2}} = x^{-1 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{x^{-1}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$$

$$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$$

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b} = a \cdot \sqrt{b}$$

## 8 Gleichungen

lineare Gleichungen:  $y = ax + b$

quadratische Gleichungen:  $y = ax^2 + bx + c$

Gleichungen höheren Grades:  $y = ax^n + \dots$   $\{n | n > 2 \wedge n \in \mathbb{N}\}$

## 9 Quadratische Gleichungen

ausmultipliziertes Format:  $x^2 + px + q$

faktorisierendes Format:  $(x + x_1) \cdot (x + x_2)$

**Ableitung:**

$$(x + x_1) \cdot (x + x_2) = x^2 + xx_2 + xx_1 + x_1x_2 = x^2 + (x_1 + x_2)x + x_1x_2$$

### 9.1 Satz von Vieta

$$p = -(x_1 + x_2)$$

$$q = x_1 \cdot x_2$$

### 9.2 pq-Formel

Sollte die quadratische Gleichung in der Form  $ax^2 + bx + c$  vorliegen muss zur Anwendung der pq-Formel  $a$  ausgeklammert werden.

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

**Diskriminante:**  $\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q$

$D < 0$  die quadratische Gleichung hat keine Lösung

$D = 0$  die quadratische Gleichung hat eine Lösung

$D > 0$  die quadratische Gleichung hat zwei Lösungen

### 9.3 Mitternachtsformel

\*zensiert\*

## 10 Funktionen

$$f : x \mapsto x^2$$

$$f(x) = x^2$$

Lies: f von x wird zugeordnet

### 10.1 Funktionsarten

ganzrationale Funktion (GRF):  $f(x) = x^n$

wenn  $n > 2$  dann ist die Funktion höheren Grades

Wurzelfunktion:  $f(x) = \sqrt{x-3}$

gebrochen rationale Funktion:  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$

mit  $g(x)$  und  $h(x)$  als ganzrationale Funktion

### 10.2 Beispiel für Definitions- und Wertemenge

$$f : x \mapsto \sqrt{x-2}$$

$$\mathbb{D} = \{x \mid x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 2\}$$

$$\mathbb{W} = \{f(x) \mid f(x) \geq 0 \wedge f(x) \in \mathbb{R}\}$$

# 11 Geradengleichung

## 11.1 Allgemeine Form

$$y = m \cdot x + b$$

$m$  = Steigung

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$b$  = y-Achsen Schnittpunkt

## 11.2 Gemeinsame Eigenschaften zweier Geraden

$g \parallel h \Leftrightarrow m_g = m_h$  ( $g$  ist parallel zu  $h$ )

$g = h \Leftrightarrow m_g = m_h \wedge b_g = b_h$  ( $g$  ist identisch mit  $h$ )

$g \perp h \Leftrightarrow m_g = -\frac{1}{m_h} \Leftrightarrow m_g \cdot m_h = -1$  ( $g$  ist orthogonal zu  $h$ )

## 11.3 Schnittpunkt

Gleichsetzen von Gleichungen und anschließendes ausrechnen gibt den  $x$  Wert für den Schnittpunkt:

$$m_1x + b_1 = m_2x + b_2$$

$$x = \frac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2}$$

Anschließendes Einsetzen in eine der beiden Gleichungen ergibt den  $y$  Wert für den Schnittpunkt:

$$y = m_1 \left( \frac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2} \right) + b_1$$

$$y = \frac{m_1b_2 - b_1m_2}{m_1 - m_2}$$

## 11.4 Zwei Punkte Form

Die Geradengleichung kann mit zwei Punkten mit folgender Formel gefunden werden:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

## 11.5 Punkt Steigungs Form

Die Geradengleichung kann mit einem Punkten und der Steigung mit folgender Formel gefunden werden:

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

## 11.6 Winkel zweier Graden

Der Winkel mit dem sich zwei Graden schneiden lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$\alpha = |\alpha_g - \alpha_h|$$

$$m_x = \tan \alpha_x$$

$$\alpha_x = \tan^{-1} m_x$$

$$\alpha = |\tan^{-1} m_h - \tan^{-1} m_g|$$